Measurement of CP-Violating Asymmetries in the Neutral B Meson Decaying to the $\rho\pi$ State Using a Time-Dependent Dalitz Plot Analysis*

Enrico Fermi Institute and Kavli Institute for Cosmological Physics, University of Chicago
日下 暁人
akito@kicp.uchicago.edu

2007 年 11 月

1 はじめに

標準理論において，CP 対称性の破れは Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 行列の縮約不可能な複素位相によって記述される [1, 2]。特に，B^0 中間子系においては，大きな CP の破れが B^0 と $\overline{B}^0$ の間での時間に依存する崩壊分岐比の違いとして現れる [3, 4, 5]。2 つの非対称型 B-factory である Belle/KEKB および BaBar/PEP-II は，これを利用して B^0 中間子系における CP の破れを測定し [6, 7]，その破れの大きさが小林益川理論と一致することを示した。小林益川理論が標準理論の一部として確立された現在，複数の測定量を精密に測定し，それらが小林益川理論と無矛盾であるかどうかの検証を行うことで新物理を探索することが B-factory の次なる目標となっている。

CP の破れを表すユニタリティ三角形の角度測定においては，ϕ_1 に関しては既に精密な測定がなされており，ϕ_2 および ϕ_3 の測定精度を上げることが現在の課題である[1]。本研究は，このうち ϕ_2 に対して感度がある。複素位相角 ϕ_2 は CKM 行列要素 V_{td}, V_{tb}, V_{ud}, V_{ub} により以下の通り定義される

$$\phi_2 \equiv \arg\left(\frac{V_{td}V_{tb}^*}{-V_{ud}V_{ub}^*}\right). \tag{1}$$

従って，これらの行列要素が関与する物理過程を用いることで ϕ_2 を測定することができる。図 1 に示すとおり，$V_{td}V_{tb}^*$ は B^0-$\overline{B}^0$ 混合に，$V_{ud}V_{ub}^*$ は $b \to u$ 転移を伴う $B^0 \to \pi^+\pi^-$，$B^0 \to \rho^+\rho^-$，$B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp$ などの崩壊過程に現れる[2]。従って，これらの崩壊過程を測定すれば原理的には ϕ_2 に制限を与えることが出来る [8]。

しかしながら，これらの崩壊過程を用いた ϕ_2 の測定は $b \to d$ 転移を伴う所謂 “ペンギンダイアグラム” からの寄与による “汚染” という問題が伴う。このダイアグラムは図 2 に表されるもので，CKM 行列要素として $V_{td}V_{tb}^*$ が現れる。このため，崩壊過程全体の弱相互作用複素位相は，B^0-$\overline{B}^0$ 混合の CKM 行列要素と合わせると 0 となってしまい，ϕ_2 とは異なる。この過程が図 1 下の崩壊過程と同じ終状態を持つため，これらは原理的に区別することができず，CP の破れから直接測定される位相角 $\phi_2^{\rm eff}$ は ϕ_2 からずれてしまう[3]。従って，ϕ_2 の測定においては，CP の破れを測定するだけではなく ϕ_2 と $\phi_2^{\rm eff}$ の違いをいかにして制限するかが重要となる。

Snyder と Quinn は，$B^0 \to \rho\pi \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊過程に時間依存性を用いたダリッツプロット解析を適用することで，この $b \to d$ 過程からの寄与を取り除き，さらに $B \to \pi\pi$ や $\rho\rho$ を用いたときに現れるような離散的な不定性なしに ϕ_2 を制限できることを指摘した [9]。加えて，関連する崩壊過程である $B^+ \to \rho^+\pi^0$, $\rho^0\pi^+$ からの情報を加えることで ϕ_2 決定の精度を向上することが可能である [10, 11]。

本研究 [12, 13] は $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊過程の 時間依存性を用いたダリッツプロット解析による解析結果を与え，そこから ϕ_2 への制限を導くものである。この解析は，高エネルギー加速器研究機構の KEKB 加速器 [14] および Belle 検出器 [15] において $\Upsilon(4S)$ 共鳴状態の上で得られた 414 fb^{-1} のデータに基づいており，このデータは $449 \times 10^6 B\overline{B}$ の $B\overline{B}$ 対に相当する[4]。

*第 9 回 (2007 年度) 高エネルギー物理学奨励賞受賞論文の解説

[1] $(\alpha, \beta, \gamma) = (\phi_2, \phi_1, \phi_3)$ という表記もしばしば使用される。

[2] 以下，明記しない限り荷電共役の過程も含むものとする。

[3] このずれ $\phi_2^{\rm eff} - \phi_2$ は崩壊過程ごとに異なる。

[4] 本研究のより定性的な解説については，文献 [8] を参照されたい。

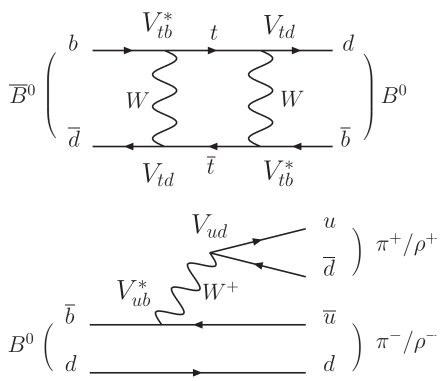


図 1: B^0-$\overline{B}^0$ 混合 (上) および $b \to u$ 転移を伴う崩壊過程 (下) のファインマンダイアグラム。

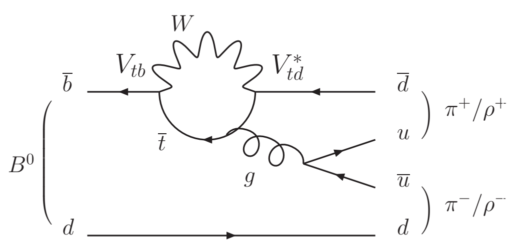


図 2: $b \to d$ 転移を伴うペンギンダイアグラム。

2　定式化

2.1　信号事象の確率分布

我々が注目するのは $\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B}^0 \to (\pi^+\pi^-\pi^0)f_{\rm tag}$ 崩壊過程である。ここで，$f_{\rm tag}$ は崩壊した元の B が B^0 か $\overline{B}^0$ かを区別するような終状態 (フレーバー固有状態) である。この過程における時間とダリッツプロットに依存した微分崩壊幅は

$$
\begin{aligned}
d\Gamma/d\Delta t\, ds_+ ds_- \sim e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}} \Big\{ & \left(|A_{3\pi}|^2 + |\overline{A}_{3\pi}|^2\right) \\
& - q_{\rm tag}\left(|A_{3\pi}|^2 - |\overline{A}_{3\pi}|^2\right)\cos(\Delta m_d \Delta t) \\
& + q_{\rm tag} 2{\rm Im}\left(\frac{q}{p}A_{3\pi}^*\overline{A}_{3\pi}\right)\sin(\Delta m_d \Delta t)\Big\}
\end{aligned}
\quad (2)
$$

によって与えられる。$\overset{(-)}{A}_{3\pi}$ はローレンツ不変な $B^0(\overline{B}^0) \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊の複素振幅，$q_{\rm tag}$ は b-フレーバー電荷 [$f_{\rm tag}$ が B^0 ($\overline{B}^0$) 固有状態に対応する場合に $q_{\rm tag} = +1$ (-1) となるような量], Δt は 2 つの B 中間子の崩壊時間差 $(t_{3\pi} - t_{\rm tag})$ である。p と q は中性 B 中間子の質量固有状態を $pB^0 \pm q\overline{B}^0$ によって定義するようなパラメータであり, この固有状態の平均寿命を τ_{B^0}，質量差を Δm_d と定義する。ダリッツプロット変数 s_+, s_-, s_0 は以下の式によって定義される:

$$s_+ \equiv (p_+ + p_0)^2,\ s_- \equiv (p_- + p_0)^2,\ s_0 \equiv (p_+ + p_-)^2. \quad (3)$$

ここで，p_+, p_-, p_0 はそれぞれ $\pi^+\pi^-\pi^0$ 終状態における π^+, π^-, π^0 の 4 元運動量である。

崩壊振幅 $\overset{(-)}{A}_{3\pi}$ は以下のようなダリッツプロットへの依存性を持つ。

$$A_{3\pi}(s_+, s_-) = \sum_{\kappa=(+,-,0)} f_\kappa(s_+, s_-)A^\kappa\ , \quad (4)$$

$$\frac{q}{p}\overline{A}_{3\pi}(s_+, s_-) = \sum_{\kappa=(+,-,0)} \overline{f}_\kappa(s_+, s_-)\overline{A}^\kappa\ . \quad (5)$$

ここで，$A^\kappa(\overline{A}^\kappa)$ は $\kappa = +,-,0$ において $B^0(\overline{B}^0) \to \rho^+\pi^-, \rho^-\pi^+, \rho^0\pi^0$ に対応する複素振幅である。$B^0 \to (\rho\pi)^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊以外の $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊は寄与が非常に小さいため式 (4), (5) において無視されており，後に系統誤差の要因として考慮する。

関数 $\overset{(-)}{f}_\kappa$ は $B^0 \to (\rho\pi)^0$ 崩壊の運動学的な効果を記述しており，以下の式によって表される。

$$\overset{(-)}{f}_\kappa(s_+, s_-) = T_{J=1}^\kappa\, \overset{(-)}{F}{}_\pi^\kappa(s_\kappa) \quad (\kappa = +,-,0)\ . \quad (6)$$

ここで，$T_{J=1}^\kappa$ と $\overset{(-)}{F}{}_\pi^\kappa(s_\kappa)$ は，それぞれ ρ^κ のヘリシティ角分布と不変質量分布 (lineshape) に対応する。Lineshape は $\rho(770)$ とその励起状態 $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ に対応する相対論的 Breit-Wigner 関数 [16] によって表される:

$$\overset{(-)}{F}{}_\pi^\kappa(s) = {\rm BW}_{\rho(770)} + \overset{(-)}{\beta}_\kappa {\rm BW}_{\rho(1450)} + \overset{(-)}{\gamma}_\kappa {\rm BW}_{\rho(1700)}\ , \quad (7)$$

ここで，$\overset{(-)}{\beta}_\kappa$ と $\overset{(-)}{\gamma}_\kappa$ は，励起状態の相対的な大きさと位相に対応する複素数パラメータである。係数 $\overset{(-)}{\beta}_\kappa$ と $\overset{(-)}{\gamma}_\kappa$ は $B^0(\overline{B}^0) \to \rho^+\pi^-$, $\rho^-\pi^+$, $\rho^0\pi^0$ に対応する 6 つの崩壊過程においてすべて異なり得る。しかし，ここではそのような違いが無いものと仮定し，すべてに共通の値 (β, γ) を用いることとして解析をすすめ，後に系統誤差においてそのような違いによる影響を議論，考慮する。この仮定によって，$\overline{f}_\kappa(s_+, s_-) = f_\kappa(s_+, s_-)$ という関係が得られる。この関係式と，式 (4), (5) により，式 (2) における係数は

$$
\begin{aligned}
|A_{3\pi}|^2 \pm |\overline{A}_{3\pi}|^2 = & \sum_{\kappa\in\{+,-,0\}} |f_\kappa|^2 U_\kappa^\pm \\
& + 2 \sum_{\kappa<\sigma\in\{+,-,0\}} \left({\rm Re}[f_\kappa f_\sigma^*]U_{\kappa\sigma}^{\pm,{\rm Re}} - {\rm Im}[f_\kappa f_\sigma^*]U_{\kappa\sigma}^{\pm,{\rm Im}}\right)\ ,
\end{aligned}
\quad (8)
$$

$$
\begin{aligned}
{\rm Im}\left(\frac{q}{p}A_{3\pi}^*\overline{A}_{3\pi}\right) = & \sum_{\kappa\in\{+,-,0\}} |f_\kappa|^2 I_\kappa \\
& + \sum_{\kappa<\sigma\in\{+,-,0\}} \left({\rm Re}[f_\kappa f_\sigma^*]I_{\kappa\sigma}^{\rm Im} + {\rm Im}[f_\kappa f_\sigma^*]I_{\kappa\sigma}^{\rm Re}\right)\ ,
\end{aligned}
\quad (9)
$$

と書き下すことが出来る。ただし，

$$
\begin{aligned}
U_\kappa^{\pm} &= |A^\kappa|^2 \pm |\overline{A}^\kappa|^2 \,, && (10)\\
I_\kappa &= \mathrm{Im}\left[\overline{A}^\kappa A^{\kappa *}\right] \,, && (11)\\
U_{\kappa\sigma}^{\pm,\mathrm{Re(Im)}} &= \mathrm{Re(Im)}\left[A^\kappa A^{\sigma *} \pm \overline{A}^\kappa \overline{A}^{\sigma *}\right] \,, && (12)\\
I_{\kappa\sigma}^{\mathrm{Re(Im)}} &= \mathrm{Re(Im)}\left[\overline{A}^\kappa A^{\sigma *} - (+)\, \overline{A}^\sigma A^{\kappa *}\right] \,. && (13)
\end{aligned}
$$

式 (10)–(13) に対応する 27 の係数が，測定すべきパラメータである [17]。このうち特に，(10)–(11) を非干渉パラメータ，(12)–(13) を干渉パラメータと呼ぶ。このようなパラメータの取り方をすることで，部分崩壊幅を独立な関数基底の線形結合として表し，その線形係数をフィットのパラメータとできるため，フィットの振る舞いが良くなる。全体の正規化を $U_+^+ = 1$ を要求することによって行うので，実際にフィットで定められるのは 27 のうち 26 のパラメータである。

擬二体崩壊の CP 非保存測定と比べると，時間依存性を用いたダリッツプロット解析は干渉パラメータの測定を含んでおり，この干渉パラメータは混合終状態における CP 非保存に関わる情報を持っている。原理的には，これらの測定量から複素振幅 A^κ および $\overline{A}^\kappa$ のすべての相対的な大きさと位相を決定することができる。これらはアイソスピン関係を用いることで以下の式により ϕ_2 と関連づけられる [10, 11]:

$$
e^{+2i\phi_2} = \frac{\overline{A}^+ + \overline{A}^- + 2\overline{A}^0}{A^+ + A^- + 2A^0} \,. \qquad (14)
$$

従って，少なくとも統計が非常に大きい極限においては ϕ_2 を離散的不定性無しに決めることができる。

2.2　方形ダリッツプロット

信号事象と，本解析で主要な背景事象である continuum と呼ばれる $e^+e^- \to q\overline{q}$ $(q = u, d, s, c)$ 過程から来る事象は，通常のダリッツプロットの中の運動学的な境界付近に多く分布する (図 3, 4)。ダリッツプロットの確率密度分布 (probability density function, PDF) の一部はヒストグラムによって取り扱うことになるので，このような狭い領域に集中した分布は扱いが難しい。そこで，我々は以下のパラメータ変換を用いる:

$$
ds_+ ds_- \to |\det \boldsymbol{J}| dm' d\theta' \,. \qquad (15)
$$

変換後のパラメータ (m', θ') で表現されるのが，方形ダリッツプロット (square Dalitz plot, SDP) [18] である。このあたらしい座標は，以下の式によって計算される。

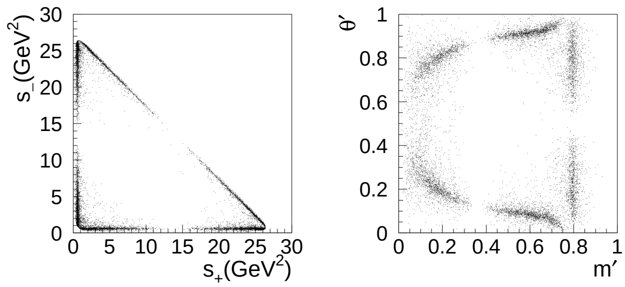
$$
m' \equiv \frac{1}{\pi} \arccos\left(2\frac{m_0 - m_0^{\min}}{m_0^{\max} - m_0^{\min}} - 1\right) \,, \qquad (16)
$$

$$
\theta' \equiv \frac{1}{\pi}\theta_0 \,. \qquad (17)
$$

ここで，$m_0 = \sqrt{s_0}$，$m_0^{\max} = m_{B^0} - m_{\pi^0}$ と $m_0^{\min} = 2m_{\pi^+}$ は m_0 の運動学的な上限および下限であり，θ_0 は $\pi^+\pi^-$ 系のヘリシティ角である。$\boldsymbol{J}$ はパラメータ変換のヤコビアンであり，その行列式は以下の通りである。

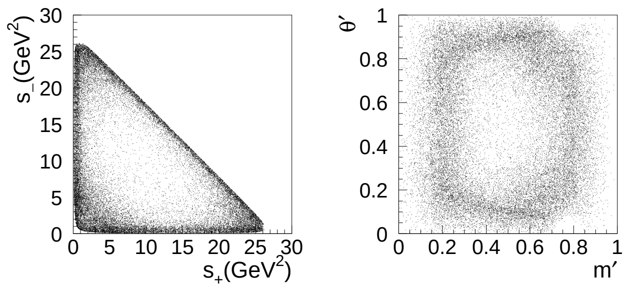
$$
|\det \boldsymbol{J}| = 4|\vec{p}_+||\vec{p}_0| m_0 \cdot \frac{m_0^{\max} - m_0^{\min}}{2} \pi \sin(\pi m') \cdot \pi \sin(\pi\theta') \,. \qquad (18)
$$

ここで，$\vec{p}_+$ および $\vec{p}_0$ はそれぞれ $\pi^+\pi^-$ の静止系における π^+ および π^0 の 3 元運動量である。図 3, 4 を見ると，方形ダリッツプロットにおいては分布がより広がっていることが分かる。



(a) 通常のダリッツプロット　(b) 方形ダリッツプロット

図 3: 信号事象のダリッツプロット分布 (モンテカルロによる)。



(a) 通常のダリッツプロット　(b) 方形ダリッツプロット

図 4: Continuum 事象のダリッツプロット分布 (実データの M_{bc} サイドバンド領域より)。

3　$B^0 \to (\rho\pi)^0$ 事象の再構成

$B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊を再構成するために，まず 2 本の正負の荷電粒子飛跡を選別する。荷電 π 中間子を選択す

るために，各検出器の応答から粒子識別情報を求め，荷電 K 中間子および電子と同定された荷電飛跡を除外する。光子 (γ) は荷電粒子飛跡から独立した電磁カロリメータのクラスタとして同定する。その光子の対の中から，実験室系で 0.1 GeV/c 以上の運動量を持ち，不変質量が 0.1178 GeV/c^2 から 0.1502 GeV/c^2 の範囲にあるものを π^0 の候補として用いる。

選択，再構成された $\pi^+\pi^-\pi^0$ の重心系でのエネルギーおよび運動量の和が，候補となる再構成された B のエネルギー $E_B^{\rm cms}$ および運動量 $p_B^{\rm cms}$ となる。B 中間子の候補は，$\Delta E \equiv E_B^{\rm cms} - E_{\rm beam}^{\rm cms}$ および $M_{\rm bc} \equiv \sqrt{(E_{\rm beam}^{\rm cms})^2 - (p_B^{\rm cms})^2}$ の 2 つの量を用いて同定する。ここで，$E_{\rm beam}^{\rm cms}$ は重心系でのビームエネルギーである。

候補のうち，フィット領域として定義した $-0.2\,{\rm GeV} < \Delta E < 0.2\,{\rm GeV}$ および $5.2\,{\rm GeV}/c^2 < M_{\rm bc} < 5.3\,{\rm GeV}/c^2$ を満たす領域のものを選択する。このフィット領域の中に，信号領域が $-0.1\,{\rm GeV} < \Delta E < 0.08\,{\rm GeV}$ および $M_{\rm bc} > 5.27\,{\rm GeV}/c^2$ を満たす領域として定義される。フィット領域のうち，信号領域でない部分がサイドバンド領域である。

$B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊の崩壊点は，SVD のヒット数の条件を満たす荷電粒子飛跡から再構成する [19]。一方，$f_{\rm tag}$ 側の崩壊点は荷電粒子飛跡のうち $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊側に含まれていないものから再構成される。これらの崩壊点再構成においては，衝突点分布も用いて精度を向上させている。

$f_{\rm tag}$ 側の B 中間子の b-フレーバーは，$B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊側に含まれていない粒子から総合的に判別される。このフレーバーの情報は，フレーバー電荷 $q_{\rm tag}$ および r を用いて表される [20]。r はモンテカルロ (MC) によって決められたフレーバー決定における間違いの割合に関連したパラメータで，0 (フレーバーが全く決定できなかった場合) から 1 (フレーバーが完全に決定できた場合) の範囲の量である。この r に対応してイベントを 6 つの範囲に分類する。フレーバー決定の間違いの確率を，その 6 つの範囲のそれぞれについて w_l $(l = 1, 2, \cdots, 6)$ とし，また，間違い確率の B^0 と $\overline{B}^0$ の間での違いを Δw_l とする。w_l と Δw_l は高統計の $b \to c$ 崩壊コントロールサンプル ($B \to D^*\ell\nu$, $B \to D\pi$ など) を用いて決定されている [20, 21, 22]。

前述の通り，$B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 信号事象に対する主要な背景事象は $e^+e^- \to u\overline{u}$, $d\overline{d}$, $s\overline{s}$, または $c\overline{c}$ の所謂 continuum 事象である。これらの事象はジェット状の幾何学的な形状を持つので，それを球状の幾何学的形状をもつ B 中間子の信号と区別するような，イベントの幾何学を特徴付ける likelihood 比 $\mathcal{R}$ を計算する事ができる。この $\mathcal{R}$ を用いてカットをかけ事象選別を行うことで，効率的に背景事象を排除することが出来る。

同一の事象に B 中間子の候補が 2 つ以上再構成された場合には，再構成された π^0 の質量と $\mathcal{R}$ を用いて最尤候補の選別を行う。信号事象のうち約 30%がこのような複数の B 中間子候補を含んでいる。

B 中間子の候補を一つに絞り込んだ後に，ダリッツプロット変数 s_+, s_0, s_- を再構成する。この際に用いるのは，1) π^+ および π^- の 4 元運動量，2) ρ^0 のヘリシティ角 (すなわち, $\pi^+\pi^-$ 系のヘリシティ角), そして 3) ダリッツプロット変数が満たす関係式 ${m_{B^0}}^2 + 2{m_{\pi^+}}^2 + {m_{\pi^0}}^2 = s_+ + s_- + s_0$, である。ここで，$\pi^0$ のエネルギーが露わには使われていないことに注意されたい。これによって，ダリッツプロット変数の精度を向上することが出来る。B 中間子候補のうち，以下のダリッツプロットの領域に含まれるものは除外する: $\sqrt{s_0} > 0.95$ GeV/c^2 かつ $\sqrt{s_+} > 1.0$ GeV/c^2 かつ $\sqrt{s_-} > 1.0$ GeV/c^2 の領域，および，$\sqrt{s_0} < 0.55$ GeV/c^2 または $\sqrt{s_+} < 0.55$ GeV/c^2 または $\sqrt{s_-} < 0.55$ GeV/c^2 の領域である。これらの領域においては，$B^0 \to \rho\pi$ 信号事象の割合は小さい。さらに，$\sqrt{s} > 1.0$ GeV/c^2 の領域 (s は s_+, s_-, s_0 のいずれか) では $\rho(770)$ の励起状態 [$\rho(1450)$ および $\rho(1700)$] が主要な $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ への寄与となっている。これらの励起状態の崩壊振幅は一般に基底状態 $\rho(770)$ のそれとは異なっており，従って励起状態からの寄与は我々の解析においては背景事象に相当する。励起状態からの寄与が大きい領域を除外することで，ここから来る系統誤差を減少させている。

図 5 は再構成された $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 候補の $M_{\rm bc}$ と ΔE の分布を示している。信号事象の数は 4 次元の unbinned extended-maximum-likelihood fit を ΔE-$M_{\rm bc}$ とダリッツプロットでの分布について行うことで決める。このとき，ダリッツプロットの情報は ΔE-$M_{\rm bc}$ の信号領域でのみ用いる。フィットに用いる PDF は，信号事象，信号事

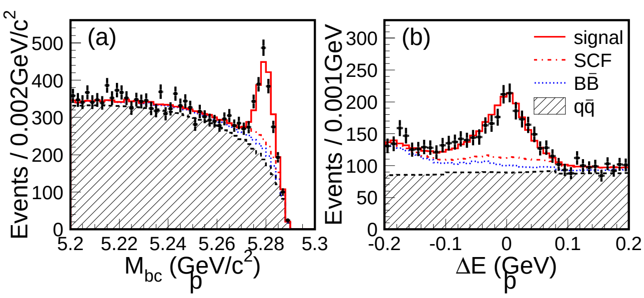


図 5: $M_{\rm bc}$ (a) および ΔE (b) の分布とフィット結果。$M_{\rm bc}$ (ΔE) については，ΔE $(M_{\rm bc})$ 信号領域の事象のみを表示している。

象でありながら B 中間子を正しく再構成できなかったもの (所謂 self-cross-feed, SCF)，continuum 背景事象，$B\overline{B}$ 背景事象 ($B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 以外の崩壊過程による背景事象) の各成分から成る。フィットの結果，971 ± 42 (誤差は統計誤差のみ) の $B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 事象が信号領域内にあると推定された。

4　時間依存性とダリッツプロットを用いた CP 非対称度測定

4.1　フィット関数

式 (10)–(13) に対応する 26 のダリッツプロットのパラメータを決めるために，事象ごとの PDF を下記の通り定義した:

$$P(\vec{x}) \equiv f_{\rm sig}\mathcal{P}_{\rm sig}(\vec{x}) + f_{B\overline{B}}\mathcal{P}_{B\overline{B}}(\vec{x}) + f_{q\bar{q}}\mathcal{P}_{q\bar{q}}(\vec{x})\ , \quad (19)$$

ここで，$\mathcal{P}_{\rm sig}$, $\mathcal{P}_{B\overline{B}}$ および $\mathcal{P}_{q\bar{q}}$ はそれぞれ信号事象，BB 背景事象，continuum 背景事象の PDF，$f_{\rm sig}$, $f_{B\overline{B}}$ および $f_{q\bar{q}}$ はそれらの事象の割合であり，$f_{\rm sig} + f_{B\overline{B}} + f_{q\bar{q}} = 1$ を満たす。PDF の引数 $\vec{x}$ は，下記の事象ごとの変数の組に対応する。

$$\vec{x} \equiv (\Delta E, M_{\rm bc}; m', \theta'; \Delta t, q_{\rm tag}, l; p_{\pi^0})\ . \quad (20)$$

信号事象の PDF である $\mathcal{P}_{\rm sig}$ のうち，ダリッツプロットと時間依存性にかかる部分は，理想的な分布である式 (2) に検出器の検出効率，分解能および b-フレーバー決定の間違い確率および SCF の成分を考慮に入れた上で，通常のダリッツプロットから方形ダリッツプロットへと変換したものに相当する。PDF の詳細に関しては参考文献を参照されたい [12, 13]。

この PDF を用いて，likelihood 関数を下記のように定義する。

$$\mathcal{L} \equiv \prod_i P(\vec{x}_i)\ . \quad (21)$$

ここで，i はイベント番号に対応する。$\mathcal{L}$ を最大とするような 26 のパラメータを探すことで最適なパラメータを求めた。

4.2　結果

信号領域内の 2824 に対して unbinned-maximum-likelihood fit を行い，表 1 の結果を得た。図 6 に，方形ダリッツプロットの 2 つの軸へ射影したデータの分布を，フィット結果に重ねて示す。また，ρ の質量およびヘリシティ角の分布を，それぞれの $\rho\pi$ 成分の比率の多い領域について示す (図 7 左列, 中央列)。特に，U_0^+ は $4.8\,\sigma$ の優位性で 0 より大きな値を示しており，以前の Belle の結果 [23] を追認する形で，$B^0 \to \rho^0\pi^0$ の存在を明確に示した。図 7 右列はそれぞれの $\rho\pi$ 領域における Δt 分布と背景事象を差し引いたフレーバー非対称度を示している。それぞれの Δt ビンにおいて，フレーバー非対称度は $(N_+ - N_-)/(N_+ + N_-)$ によって定義される。ここで，$N_{+(-)}$ は背景事象を差し引いた $q_{\rm tag} = +1\,(-1)$ の事象数である。$\rho^-\pi^+$ の比率の多い領域においては，明確に cos 状の非対称をが確認でき，これは U_-^- が 0 でないことに対応している。ただし $\rho^-\pi^+$ は CP 固有状態ではないので，これは CP を破るような効果ではない。どの領域においても sin 状の非対称は観測されなかった。

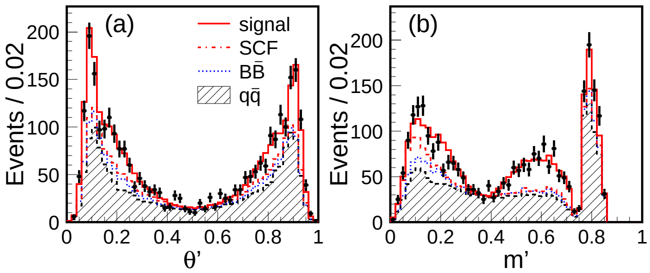


図 6: θ' (a) および m' (b) の分布とフィット結果。

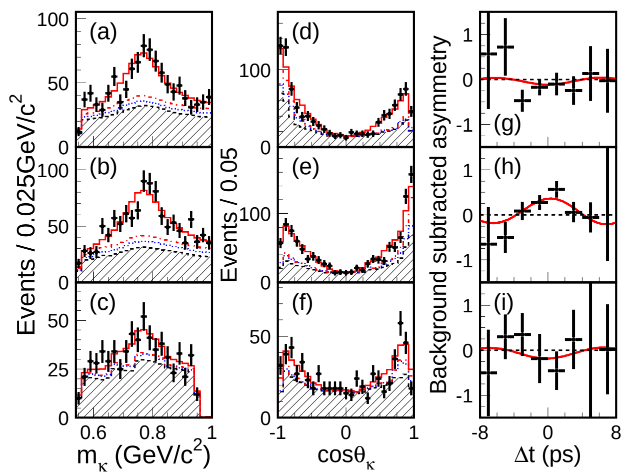


図 7: $\rho^+\pi^-$ [(a),(d),(g)]，$\rho^-\pi^+$ [(b),(e),(h)]，$\rho^0\pi^0$ [(c),(f),(i)] の比率が大きなダリッツプロットの部分における，不変質量 (a)–(c) とヘリシティ角 (d)–(f) の分布，および背景事象を差し引いた Δt 依存のフレーバー非対称分布 (g)–(i)。(a)–(f) のヒストグラムにおける各成分の表記法は図 6 と共通である。

表 1: 時間依存性を用いたダリッツプロット解析のフィット結果

	Fit Result
U_+^+	$+1$ (fixed)
U_-^+	$+1.27 \pm 0.13\,(\text{stat.}) \pm 0.09\,(\text{syst.})$
U_0^+	$+0.29 \pm 0.05\,(\text{stat.}) \pm 0.04\,(\text{syst.})$
$U_{+-}^{+,\text{Re}}$	$+0.49 \pm 0.86\,(\text{stat.}) \pm 0.52\,(\text{syst.})$
$U_{+0}^{+,\text{Re}}$	$+0.29 \pm 0.50\,(\text{stat.}) \pm 0.35\,(\text{syst.})$
$U_{-0}^{+,\text{Re}}$	$+0.25 \pm 0.60\,(\text{stat.}) \pm 0.33\,(\text{syst.})$
$U_{+-}^{+,\text{Im}}$	$+1.18 \pm 0.86\,(\text{stat.}) \pm 0.34\,(\text{syst.})$
$U_{+0}^{+,\text{Im}}$	$-0.57 \pm 0.35\,(\text{stat.}) \pm 0.51\,(\text{syst.})$
$U_{-0}^{+,\text{Im}}$	$-1.34 \pm 0.60\,(\text{stat.}) \pm 0.47\,(\text{syst.})$
U_+^-	$+0.23 \pm 0.15\,(\text{stat.}) \pm 0.07\,(\text{syst.})$
U_-^-	$-0.62 \pm 0.16\,(\text{stat.}) \pm 0.08\,(\text{syst.})$
U_0^-	$+0.15 \pm 0.11\,(\text{stat.}) \pm 0.08\,(\text{syst.})$
$U_{+-}^{-,\text{Re}}$	$-1.18 \pm 1.61\,(\text{stat.}) \pm 0.72\,(\text{syst.})$
$U_{+0}^{-,\text{Re}}$	$-2.37 \pm 1.36\,(\text{stat.}) \pm 0.60\,(\text{syst.})$
$U_{-0}^{-,\text{Re}}$	$-0.53 \pm 1.44\,(\text{stat.}) \pm 0.65\,(\text{syst.})$
$U_{+-}^{-,\text{Im}}$	$-2.32 \pm 1.74\,(\text{stat.}) \pm 0.91\,(\text{syst.})$
$U_{+0}^{-,\text{Im}}$	$-0.41 \pm 1.00\,(\text{stat.}) \pm 0.47\,(\text{syst.})$
$U_{-0}^{-,\text{Im}}$	$-0.02 \pm 1.31\,(\text{stat.}) \pm 0.83\,(\text{syst.})$
I_+	$-0.01 \pm 0.11\,(\text{stat.}) \pm 0.04\,(\text{syst.})$
I_-	$+0.09 \pm 0.10\,(\text{stat.}) \pm 0.04\,(\text{syst.})$
I_0	$+0.02 \pm 0.09\,(\text{stat.}) \pm 0.05\,(\text{syst.})$
I_{+-}^{Re}	$+1.21 \pm 2.59\,(\text{stat.}) \pm 0.98\,(\text{syst.})$
I_{+0}^{Re}	$+1.15 \pm 2.26\,(\text{stat.}) \pm 0.92\,(\text{syst.})$
I_{-0}^{Re}	$-0.92 \pm 1.34\,(\text{stat.}) \pm 0.80\,(\text{syst.})$
I_{+-}^{Im}	$-1.93 \pm 2.39\,(\text{stat.}) \pm 0.89\,(\text{syst.})$
I_{+0}^{Im}	$-0.40 \pm 1.86\,(\text{stat.}) \pm 0.85\,(\text{syst.})$
I_{-0}^{Im}	$-2.03 \pm 1.62\,(\text{stat.}) \pm 0.81\,(\text{syst.})$

4.3 系統誤差

系統誤差の要因は様々だが，ここではそのうち主要な物のみを紹介する (詳細は参考文献 [13] を参照されたい)。これらの系統誤差は，その要因となるパラメータを不定性の分だけ動かしてデータのフィットまたは MC を行い，結果の変化量を見ることで求めている。全体の系統誤差は，各の寄与の二乗和を取ることで得られる。最も大きな干渉パラメータへの寄与は，ρ の励起状態から来る。我々は，($\overset{(-)}{\beta}_\kappa$, $\overset{(-)}{\gamma}_\kappa$) の (β, γ) からのずれ，パラメータ β, γ の不定性，各共鳴状態のの質量と幅の不定性を考慮した。非干渉パラメータへの大きな寄与は，$B^0 \to f_0(980)\pi^0, f_0(600)\pi^0, \omega\pi^0$ や非励起 $\pi^+\pi^-\pi^0$ など，$\rho\pi$ を経由しない $\pi^+\pi^-\pi^0$ 終状態への崩壊過程から来る。これらの崩壊過程は，分岐比が非常に小さく上限値しか得られていないため，節 4.2 におけるフィットでは分岐比を 0 と仮定している。我々はこれらの分岐比の 68.3% C.L. 上限値を用いて MC を行い，その影響を見積もった。その他に比較的大きな系統誤差の要因として，崩壊点再構成に関連するもの，所謂 tag-side interference [24] からの寄与が挙げられる。

5 擬二体崩壊における測定量

上記の 時間依存性を用いたダリッツプロット解析の結果を用いて，擬二体崩壊過程における CP 非対称度パラメータを求めることが出来る。

$B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp$ 過程の時間依存性を持つ部分崩壊幅は以下の式によって与えられる

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{d\Delta t} \propto (1 \pm \mathcal{A}_{\rho\pi}^{CP})\, e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}} & \\ \Big[1 - q_{\text{tag}}(\mathcal{C} \pm \Delta\mathcal{C}) \cos(\Delta m_d \Delta t) & \\ + q_{\text{tag}}(\mathcal{S} \pm \Delta\mathcal{S}) \sin(\Delta m_d \Delta t)\Big] . & \end{aligned} \tag{22}$$

符号は，$B^0 \to \rho^+\pi^-$ ($\rho^-\pi^+$) 崩壊過程に対して上 (下) のものを用いる。式に現れるパラメータ $\mathcal{A}_{\rho\pi}^{CP}$, $\mathcal{C}$, $\Delta\mathcal{C}$, $\mathcal{S}$, および $\Delta\mathcal{S}$ が，$B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp$ 崩壊過程の CP および荷電非対称性を特徴付ける。このうち，$\mathcal{A}_{\rho\pi}^{CP}$ はフレーバー依存のない直接的 CP 非対称性，$\mathcal{C}$ はフレーバー依存性を示す直接的 CP 非対称性，$\mathcal{S}$ は B^0-$\overline{B}^0$ 混合の関与する CP 非対称性に対応し，$\Delta\mathcal{C}$ と $\Delta\mathcal{S}$ は CP を破らないパラメータである[5]。これらのパラメータは，時間依存したダリッツプロット解析の結果と以下の式によって関連づけられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\rho\pi}^{CP} &= \frac{U_+^+ - U_-^+}{U_+^+ + U_-^+} , \\ \mathcal{C} &\equiv \frac{\mathcal{C}^+ + \mathcal{C}^-}{2} , \quad \Delta\mathcal{C} \equiv \frac{\mathcal{C}^+ - \mathcal{C}^-}{2} , \\ \mathcal{S} &\equiv \frac{\mathcal{S}^+ + \mathcal{S}^-}{2} , \quad \Delta\mathcal{S} \equiv \frac{\mathcal{S}^+ - \mathcal{S}^-}{2} , \end{aligned} \tag{23}$$

ただし，

$$\begin{aligned} \mathcal{C}^+ &= \frac{U_+^-}{U_+^+} , \quad \mathcal{C}^- = \frac{U_-^-}{U_-^+} , \\ \mathcal{S}^+ &= \frac{2I_+}{U_+^+} , \quad \mathcal{S}^- = \frac{2I_-}{U_-^+} . \end{aligned} \tag{24}$$

[5]すなわち，$\Delta\mathcal{C}$ または $\Delta\mathcal{S}$ が 0 でなかったとしても，CP は破れていない。

表 2: 擬二体崩壊のパラメータの相関行列 (統計誤差と系統誤差を合わせたもの)。

	$\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}$	$\mathcal{C}$	$\Delta\mathcal{C}$	$\mathcal{S}$	$\Delta\mathcal{S}$
$\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}$	$+1.00$				
$\mathcal{C}$	-0.17	$+1.00$			
$\Delta\mathcal{C}$	$+0.09$	$+0.16$	$+1.00$		
$\mathcal{S}$	$+0.01$	-0.02	-0.00	$+1.00$	
$\Delta\mathcal{S}$	-0.00	-0.01	-0.02	$+0.29$	$+1.00$

我々の結果から，以下の値を得た。

$$\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi} = -0.12 \pm 0.05 \pm 0.04\,, \tag{25}$$

$$\mathcal{C} = -0.13 \pm 0.09 \pm 0.05\,, \tag{26}$$

$$\Delta\mathcal{C} = +0.36 \pm 0.10 \pm 0.05\,, \tag{27}$$

$$\mathcal{S} = +0.06 \pm 0.13 \pm 0.05\,, \tag{28}$$

$$\Delta\mathcal{S} = -0.08 \pm 0.13 \pm 0.05\,. \tag{29}$$

ここで，2 つの誤差は統計誤差と系統誤差である。各パラメータ間の相関は表 2 に示した。

ペンギンダイアグラムの寄与がない極限で ϕ_2 と等しくなる位相角 $\phi_2^{\rm eff}$ を，下記の式により定義することが出来る [25]

$$\phi_2^{\rm eff} \equiv \frac{1}{2}\left(\phi_2^{\rm eff,+} + \phi_2^{\rm eff,-}\right) \tag{30}$$

ここで，

$$2\phi_2^{\rm eff,\pm} \pm \hat{\delta} = \arcsin\left(\frac{\mathcal{S} \pm \Delta\mathcal{S}}{\sqrt{1-(\mathcal{C}\pm\Delta\mathcal{C})^2}}\right)\,, \tag{31}$$

および

$$\hat{\delta} = \arg\left(A^{-*}A^{+}\right)\,. \tag{32}$$

我々の結果より，

$$\phi_2^{\rm eff} = (\,88.0 \pm 3.9 \pm 1.7\,)^\circ\,, \tag{33}$$

を得た。ここで $\phi_2^{\rm eff} \sim 90^\circ$ であることは，$\mathcal{S}$ と $\Delta\mathcal{S}$ が 0 に近い値であることに対応している。また，arcsine の多価性から，等価なもう一つの解として $\phi_2^{\rm eff} = (2.0 \pm 3.9 \pm 1.7)^\circ$ も許される。さらに，$\phi_2^{\rm eff} \sim 45^\circ$ および 135° という解も原理的には許されるが，これらの解は $2\phi_2^{\rm eff,+}+\hat{\delta}$ と $2\phi_2^{\rm eff,-}-\hat{\delta}$ が $\sim 180^\circ$ だけ違う状況にに対応しており，比較的穏やかな理論的仮定により除外することができる (フレーバー SU(3) または QCD factorization は 180° よりもずっと小さい値を支持する) [25]。我々が得た $\phi_2^{\rm eff}$ から，$\phi_2 - \phi_2^{\rm eff}$ に制限を与えるような理論的な仮定を用いることで，モデルに依存する形で ϕ_2 を制限することが出来る [25, 26]。

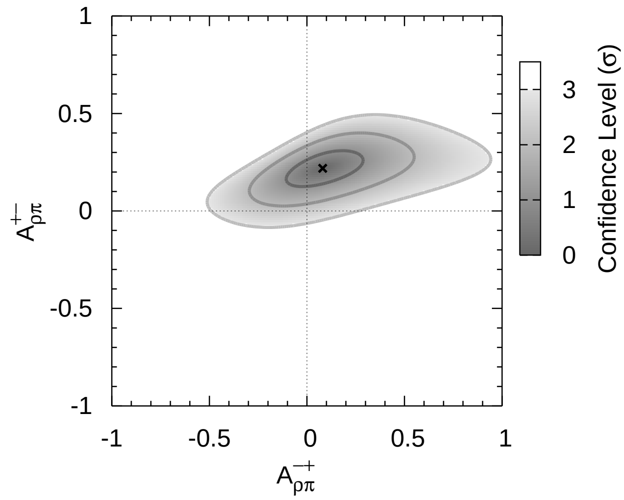


図 8: 直接的 CP 非対称のパラメータ $\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi}$ と $\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi}$ における信頼度の等高線。

$B^0 \to \rho^\pm\pi^\mp$ 仮定における直接的 CP 非対称性を表すパラメータ $\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi}$ および $\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi}$ は，以下の式によって定義される。

$$\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \to \rho^-\pi^+) - \Gamma(B^0 \to \rho^+\pi^-)}{\Gamma(\overline{B}^0 \to \rho^-\pi^+) + \Gamma(B^0 \to \rho^+\pi^-)}\,, \tag{34}$$

$$\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \to \rho^+\pi^-) - \Gamma(B^0 \to \rho^-\pi^+)}{\Gamma(\overline{B}^0 \to \rho^+\pi^-) + \Gamma(B^0 \to \rho^-\pi^+)}\,. \tag{35}$$

これらのパラメータは，上で紹介した $\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}$, $\mathcal{C}$, $\Delta\mathcal{C}$ を用いて以下の通り計算できる。

$$\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi} = -\frac{\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi} + \mathcal{C} + \mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}\Delta\mathcal{C}}{1 + \Delta\mathcal{C} + \mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}\,\mathcal{C}}\,, \tag{36}$$

$$\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi} = \frac{\mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi} - \mathcal{C} - \mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}\Delta\mathcal{C}}{1 - \Delta\mathcal{C} - \mathcal{A}^{CP}_{\rho\pi}\,\mathcal{C}}\,. \tag{37}$$

我々は，

$$\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi} = +0.21 \pm 0.08 \pm 0.04\,, \tag{38}$$

$$\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi} = +0.08 \pm 0.16 \pm 0.11\,, \tag{39}$$

を得た。2 つのパラメータの間の相関係数は $+0.47$ である。この値は，直接的 CP の破れがない場合 ($\mathcal{A}^{+-}_{\rho\pi} = 0$ かつ $\mathcal{A}^{-+}_{\rho\pi} = 0$) と比べて 2.3 標準偏差 ($\sigma$) のずれがある (図 8)。

$B^0 \to \rho^0\pi^0$ 過程の CP 非保存パラメータもまた計算可能である。この過程における時間依存部分崩壊幅は以下の式で与えられる

$$\frac{d\Gamma}{d\Delta t} \propto e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}}\Big[1 + q_{\rm tag}\mathcal{A}_{\rho^0\pi^0}\cos(\Delta m_d\Delta t) + q_{\rm tag}\mathcal{S}_{\rho^0\pi^0}\sin(\Delta m_d\Delta t)\Big]\,, \tag{40}$$

ここで，$\mathcal{A}_{\rho^0\pi^0}$ および $\mathcal{S}_{\rho^0\pi^0}$ が測定すべきパラメータである。これらのパラメータは，時間依存性を用いたダリッツプロット解析の結果から，以下のように計算される。

$$\mathcal{A}_{\rho^0\pi^0} = -\frac{U_0^-}{U_0^+}\,, \quad \mathcal{S}_{\rho^0\pi^0} = \frac{2I_0}{U_0^+}\,. \tag{41}$$

我々は，以下の値を得た。

$$\mathcal{A}_{\rho^0\pi^0} = -0.49 \pm 0.36 \pm 0.28\,, \tag{42}$$
$$\mathcal{S}_{\rho^0\pi^0} = +0.17 \pm 0.57 \pm 0.35\,. \tag{43}$$

2 つのパラメータの間の相関係数は -0.08 であった。$\mathcal{A}_{\rho^0\pi^0}$ の測定は，Belle の以前の測定結果 [23] と良く一致する。$\mathcal{S}_{\rho^0\pi^0}$ に関しては，これが世界で初めての測定であった。

6　ϕ_2 への制限

我々の解析から得られたパラメータを用いて，CKM 位相角 ϕ_2 を文献 [9] に記述された手法により制限することが出来る。$B^0 \to (\rho\pi)^0$ で記述される崩壊過程が 3 つあることから，ϕ_2 を含む 9 つの自由度が存在する:

$$\begin{aligned} 9 =& (6\ \text{complex amplitudes} = 12\,\text{d.o.f.}) + \phi_2 \\ &-(1\ \text{global phase}) - (1\ \text{global normalization}) \\ &-(1\ \text{isospin relation} = 2\,\text{d.o.f.})\,. \end{aligned} \tag{44}$$

ここで，アイソスピン関係 [10, 11] のうち中性 B 中間子に関連する式 (14) のみを用いる。時間依存性を用いたダリッツプロット解析で得られた 26 の測定量を制約条件として用い，6 つの複素振幅を 9 つのパラメータで記述することで，χ^2 関数を定義する。まず，この 9 つのパラメータを χ^2 が最小となるように最適化し，この最小値を $\chi^2_{\rm min}$ とする。次に，ϕ_2 を 0° から 180° まで変化させながら残りの 8 つのパラメータを最適化し，それぞれの ϕ_2 に関する χ^2 の最小値 $\chi^2(\phi_2)$ を求める。$\Delta\chi^2(\phi_2)$ を $\Delta\chi^2(\phi_2) \equiv \chi^2(\phi_2) - \chi^2_{\rm min}$ により定義する。この $\Delta\chi^2(\phi_2)$ に基づき，文献 [27] の手法に従って MC を行うことで，図 9 に示す $1-$C.L. のプロット (点線) を得た[6]。

さらに，利用しうる全ての情報を合わせるために，時間依存性を用いたダリッツプロット解析に加えて，関連する我々の解析から得られた崩壊分岐比 $\mathcal{B}(B^0 \to \rho\pi^{\rm all})$[13] および下記の崩壊分岐比と CP 非対称の世界平均を用いる: $\mathcal{B}(B^+ \to \rho^+\pi^0)$, $\mathcal{A}(B^+ \to \rho^+\pi^0)$, $\mathcal{B}(B^+ \to \rho^0\pi^+)$,

[6]通常，$\Delta\chi^2(\phi_2)$ は自由度 1 の χ^2 分布に従うので，χ^2 分布を用いて $1-$C.L. を求めるのが一般的である。しかし，MC により検討した結果，我々の場合においてはこのようにして得られた信頼区間が小さすぎる (under coverage) ことが分かった。このため，我々は χ^2 分布を仮定せずに MC を行うことで正しい信頼区間を計算した。

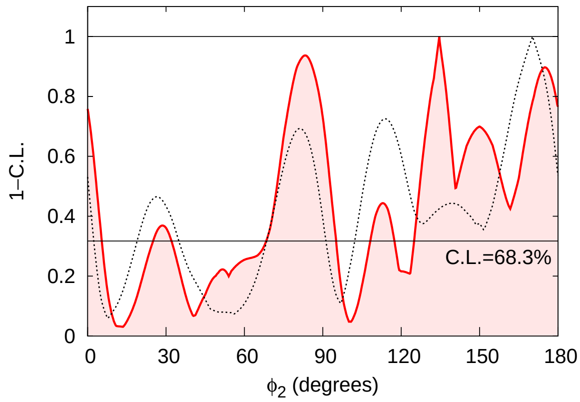


図 9: $1-$C.L. と ϕ_2 の関係。点線が 時間依存性を用いたダリッツプロット解析のみを用いたもの，実線が 時間依存性を用いたダリッツプロット解析と荷電 B 中間子崩壊過程を含む完全なアイソスピン解析 (ペンタゴン解析) を合わせた解析の結果である。

$\mathcal{A}(B^+ \to \rho^0\pi^+)$ [28]。これらは，我々の解析から得られた 26 の測定量と相関がない。上記 31 の測定量を用いて，ダリッツ解析と $B^\pm$ の崩壊過程を含むアイソスピン解析 (ペンタゴン解析) を組み合わせた解析を行った。5 つの関連する崩壊過程があるので，ϕ_2 を含む自由度の数は 12 である:

$$\begin{aligned} 12 =& (10\ \text{complex amplitudes} = 20\,\text{d.o.f.}) + \phi_2 \\ &-(1\ \text{global phase}) \\ &-(4\ \text{isospin relations} = 8\,\text{d.o.f.})\,. \end{aligned} \tag{45}$$

χ^2 の定義の詳細は参考文献 [13] を参照されたい。得られた $\chi^2_{\rm min}$ は 10.2 であり，31(measurements) $-$ 12(free parameters) $=$ 19 の自由度において妥当である。上記と同様の手順に従って，図 9 の実線に示される $1-$C.L. 曲線を得た。ここから，標準理論に矛盾のない 68.3%信頼区間として $68^\circ < \phi_2 < 95^\circ$ の範囲を得た。ただし，その他の標準理論とは一致しない領域にも我々の解析からは許される解が存在する ($0^\circ < \phi_2 < 5^\circ$, $25^\circ < \phi_2 < 32^\circ$, $108^\circ < \phi_2 < 180^\circ$)。

7　まとめ

我々は，414 fb^{-1} のデータを用いて，$B^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 崩壊過程における時間依存性を用いたダリッツプロット解析を行った。我々の解析結果と，関連する荷電 B 中間子の崩壊過程からの情報を合わせてダリッツ解析とアイソスピン解析 (ペンタゴン解析) を組み合わせた解析を行い，

モデルに依存しない方法で ϕ_2 への制限を与えた結果，標準理論に一致する 68.3%信頼区間として $68^\circ < \phi_2 < 95^\circ$ を得た。しかし，標準理論とは一致しない領域にも我々の解析からは許される大きな領域がある。また，擬二体崩壊に関連するパラメータについても，多くの有用な測定結果を得た。

謝辞

本研究は，共同で解析を進めた台湾大学 C. C. Wang 氏をはじめ，多くの Belle ϕ_2 解析チームおよび CP-fit 解析チームの方々からの貢献により完成されたものです。また，この結果は，KEKB 加速器グループの努力によって得られた非常に大きなルミノシティを基にしており，Belle グループの全面的サポートの上に成り立っています。この場を借りて謝意を表します。最後に，博士論文を指導してくださった相原博昭先生に感謝致します。

参考文献

[1] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).

[2] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).

[3] A. B. Carter and A. I. Sanda, Phys. Rev. Lett. **45**, 952 (1980).

[4] A. B. Carter and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **23**, 1567 (1981).

[5] I. I. Y. Bigi and A. I. Sanda, Nucl. Phys. B **193**, 85 (1981).

[6] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001).

[7] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001).

[8] 石野宏一, 日下暁人: 高エネルギーニュース **Vol. 25 No. 4**, 1 (2007).

[9] A. E. Snyder and H. R. Quinn, Phys. Rev. D **48**, 2139 (1993).

[10] H. J. Lipkin, Y. Nir, H. R. Quinn, and A. Snyder, Phys. Rev. D **44**, 1454 (1991).

[11] M. Gronau, Phys. Lett. B **265**, 389 (1991).

[12] A. Kusaka, C. C. Wang, H. Ishino, *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 221602 (2007).

[13] A. Kusaka, C. C. Wang, *et al.* (Belle Collaboration) (2007), submitted to Phys. Rev. D., `arXiv:0710.4974 [hep-ex]`.

[14] S. Kurokawa and E. Kikutani, Nucl. Instrum. Meth. A **499**, 1 (2003), and other papers included in this volume.

[15] A. Abashian *et al.* (Belle Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. A **479**, 117 (2002).

[16] G. J. Gounaris and J. J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. **21**, 244 (1968).

[17] H. R. Quinn and J. P. Silva, Phys. Rev. D **62**, 054002 (2000).

[18] B. Aubert *et al.* (BaBar Collaboration), Phys. Rev. D **72**, 052002 (2005).

[19] H. Tajima *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **533**, 370 (2004).

[20] H. Kakuno *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **533**, 516 (2004).

[21] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **71**, 072003 (2005).

[22] K. F. Chen *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **72**, 012004 (2005).

[23] J. Dragic *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **73**, 111105 (2006).

[24] O. Long, M. Baak, R. N. Cahn, and D. Kirkby, Phys. Rev. D **68**, 034010 (2003).

[25] M. Gronau and J. Zupan, Phys. Rev. D **70**, 074031 (2004).

[26] M. Gronau, E. Lunghi, and D. Wyler, Phys. Lett. B **606**, 95 (2005).

[27] J. Charles *et al.* (CKMfitter Group), Eur. Phys. J. C **41**, 1 (2005).

[28] Heavy Flavor Averaging Group (HFAG) (2006), hep-ex/0603003; and online update of Winter 2006 (http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag).