

■ 研究紹介

QCD: 詐欺から納得へ

カリフォルニア大学バークレイ, 東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構

村山 斉

hitoshi@berkeley.edu, hitoshi.murayama@ipmu.jp

2021 年 (令和 3 年) 11 月 25 日

1 QCD は詐欺?

強い相互作用の理論として Quantum Chromodynamics (QCD 量子色力学) を最初に勉強した時、詐欺にあったように感じたのは私だけでしょうか?

「この陽子を見てください。中にはカラフルできれいなクォークが 3 つ入っているんです。しかも分数電荷、というとてもユニークな性質があります。とはいえ残念ですが、決して見ることも、取り出してみることも、できません。でも本当ですよ、間違いありません、ちゃんと中にあるんです、保証します。いかがですか?」こう言われてお金を出す人がいるのでしょうか。警察が聞きつけたら、絶対に介入してくるでしょう。

そもそも強い相互作用の歴史は混乱の連続です。ここでは若い大学院生を念頭に少し歴史をひもといてみます。

強い相互作用が必要で大事であることはすぐに理解できます。1932 年に Chadwick が中性子を発見し、原子核が陽子と中性子できていると分かった瞬間、どうして陽子と中性子が結合して原子核を作るのか、が問題となりました。しかも陽子同士には電氣的反発があることはわかっていました。ですから、電氣的反発に打ち勝つ強い引力が必要なのは間違いありません。しかも原子核はたかだか数 fm の大きさなので、強い相互作用は短距離力です。湯川秀樹さんは 2 fm の距離の逆数をとって、 $\hbar/c/2 \text{ fm} \simeq 100 \text{ MeV}/c^2$ 程度の質量を持ち、強い相互作用を媒介する粒子を提案しました [1]。陽子 (バリオン = 重い粒子) と電子 (レプトン = 軽い粒子) の間の質量なので「中間子」¹ と名付けました。しかも湯川さんは中間子を光子と同じスピン 1 と考え、そのままでは斥力になるはずが符号を間違えて引力だと主張し、さらに中間子がベータ崩壊も媒介するという欲張りな理論でした。

Neddermeyer と Anderson が $105 \text{ MeV}/c^2$ のミュオンを発見し、質量が湯川さんの予言と近いので湯川

粒子かと期待されました。しかし第 2 次世界大戦中ナチの迫害から隠れ、空爆を避けてバチカン近くの高校に逃れた Conversi, Pancini, Piccioni の 3 人は、実験を続けてミュオンは強い相互作用をしないので湯川粒子でないことを証明しました。その後坂田昌一、谷川安孝、井上健が「2 中間子論」を唱え、もっと強く強い相互作用をする中間子がミュオンに崩壊していると主張。そして Powell のグループがエマルジョンを使って宇宙線飛行機や気球、アンデスなどの高い高度で観測し、 $140 \text{ MeV}/c^2$ と少し重い中間子がミュオンに崩壊することを示しました。これが湯川粒子、今のパイオンと同定され、湯川さんは 1949 年のノーベル賞、Powell は 1950 年のノーベル賞となりました。一方ベータ崩壊などの弱い相互作用は中間子が媒介するには弱すぎることも明らかになり、今では W ボゾンの役割として理解されています。パイオンの役割は強い相互作用に限定されました。ちなみに湯川さんの符号の間違ひは、パイオンが擬スカラーであり、さらにアイソスピン 1 であることがわかって、問題なく引力となりました。

この段階では、パイオンが陽子と中性子を結びつけて原子核を作り、その周りを電子が回ること、宇宙を説明できます。これが必要な粒子の全てです。なぜか必要もないミュオンという電子の「お兄さん」が存在し、パイオンはミュオンに崩壊して地上に降る宇宙線となります。今や医学でなくてはならない核磁気共鳴を提案した Isidor Rabi は、ミュオンについて「こんなもの誰が注文したんだ?」と文句を言ったことが有名です。ミュオン以外はこれで必要なもの全部だというシンプルな描像でした。そのミュオンも今や福島原発の炉心や、火山のマグマ、ピラミッドの秘密の部屋の透視で活躍するようになりました。

その後我々を形作る陽子・中性子とパイオンに加えて数えきれない中間子とバリオンが発見されて、新たな混乱を産みました。QCD では、こうした強い相互作用をする粒子のグループ、「太い粒子」という意味のハドロンは、Gell-Mann と Zweig のクォーク模型ですべて系統的

¹湯川さんは mesotron と名付けましたが、その後ギリシャ語の教授の父を持つ Heisenberg が「中間」を意味するギリシャ語 μέσος (mesos) には “tr” がいないことを指摘し、今の meson に落ち着きました。

に理解できる、と説明します²。一方クォーク 3 つで陽子 $p(uud)$ のスピン $1/2$ を作るためには、それぞれスピン $1/2$ でないといけないので、スピン・統計の定理によればフェルミ統計に従うはずですが、しかし $\Delta^{++}(uuu)$ はスピン $3/2$ でクォークの対称的な波動関数になるので、むしろボーズ統計に従うように見えます。そのつじつまを合わせるためには、3 つの値をとるカラーという自由度をでっち上げます。1964 年の Greenberg の論文 [5] が最初のようにです。カラーについて反対称な波動関数にすれば、全体としてフェルミ統計と矛盾しません。しかしなぜカラーという新しい自由度が必要なのかは不明でした。1965 年には韓 (ハン)・南部の論文 [6] で、カラーが強い力のもとになる「電荷」であることが提案されています。これが私の知る限り、カラーによる非可換ゲージ理論の最初の提案です。さらにカラーがキャンセルする組み合わせが束縛状態として「軽い」と主張しました。南部さんは QCD もつくったのです³。ただ、カラーは electroweak theory のように破れていてグルーオンは重いと思っていたようで、だとするとクォークは取り出すことができたはずですが。この点は間違っていました。

次の問題はクォーク自身が見つからないことです。ミリカンの実験では、電荷は常に整数値。電荷が $+2/3$ や $-1/3$ の粒子は単体では見つかりません。

ここでクォークは「閉じ込め」⁴られているのだ、と教わります。中にあるのに決して見えず、取り出せない、というのです。詐欺のようですが、一応専門用語で「そういうものだ」と言われると、「そうかな」と思っていますが、これはわからないことに名前をつけただけで、説明になっていません。

しかも、湯川粒子であるパイオンは、ハドロンの中で特別に軽いことがわかります。そうでないと、強い相互作用を陽子や中性子の大きさを超えて隣まで伝えることができません (図 1)。つまりパイオンが軽くなれば原子核は結合せず、宇宙で唯一の原子は水素となり、私たち生命は生まれなかったことになります。

ほとんどのハドロンは GeV 程度なのに、なぜこの大事な粒子に限って都合よく軽いのでしょうか? 教科書ではこれは南部陽一郎さんのノーベル賞になった「カイラル対称性の自発的破れ」によってパイオンが質量ゼロの南部・ゴールドストーン粒子と理解できるからだ [2, 3]、と説明を受けます。当時は QCD は知られていなかったのに、カイラル対称性を考えること自身突拍子もないこと

²最近では Belle, Babar, LHCb により中間子でもバリオンでもないハドロンが発見され、今後の理解が進むことを期待します。とはいえ、QCD の立場からは tetraquark ($qq\bar{q}\bar{q}$) や pentaquark ($qqqq\bar{q}$) の存在は充分あり得るので定性的には問題ありません。

³私はこの歴史について Pierre Ramond に教わりました。

⁴この小文では「閉じ込め」は「クォークを取り出せない」というゆるい意味で使っています。QCD ではクォークが基本表現であるため、全てのカラーを遮蔽することができるので、厳密な意味での閉じ込めはありません。あとで厳密な意味での閉じ込めを議論できる $SO(N_c)$ のゲージ理論に触れます。

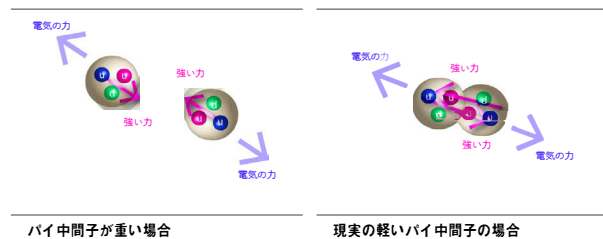
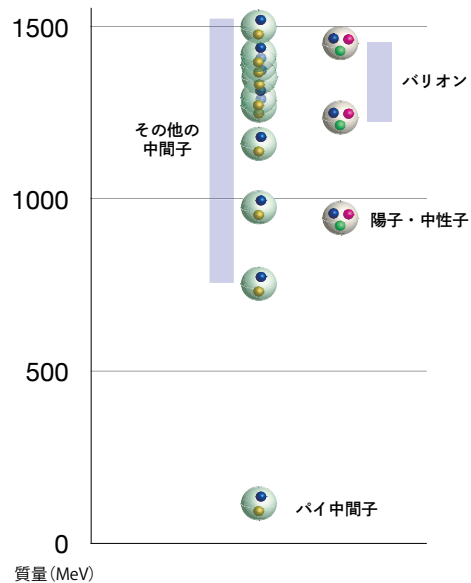


図 1: パイオンは他のハドロンに比べてずっと軽い (上)。実際、パイオンが 250 MeV よりも軽くないと、パイオンが媒介する強い相互作用は核子の大きさである 0.8 fm を超えて引力を及ぼすことができず、原子核を結びつけることはできません (下)。ここでは u, d quark でできたハドロンに限っています。(Credit: Kavli IPMU)

だっと思えます。実際南部・ジョナ=ラシニオ模型は核子 (陽子・中性子) で書かれた理論です。それが超伝導の BCS 状態のように、核子の対が凝縮している方がエネルギー的に安定だということです。実際 QCD がわかってみると、ラグランジアンを見るだけでカイラル対称性が「ある」ことは自明ですが、なぜカイラル対称性を「破る」のかはわかりません。カイラル対称性を破るクォーク対の真空期待値 $\langle \bar{q}q \rangle$ は、摂動論では計算できないのです。そういうものだと思えばパイオンは軽いのだ、というだけでは、私たちの存在に関わる重大問題の説明としては納得がいきません。

私たちは大学院で、この無茶なストーリーを受け入れるように洗脳されます。まさしく詐欺ではないでしょうか。

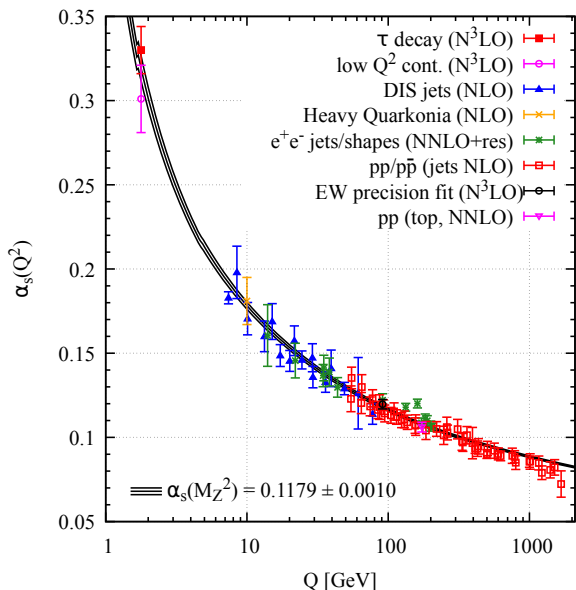


図 2: QCD の running coupling constant [4].

2 実験

クォークの存在は 1968 年の Kendall, Friedman, Taylor たちによる SLAC での電子と陽子や重水素の深非弾性散乱の実験 [7] で確認されたとされていて、1990 年のノーベル賞となっています。陽子や重水素の中に点状のスピンの Dirac 粒子があつてほぼ自由に振る舞い、それが数 GeV の電子と散乱したとして、データが理解できるというものでした。ここで「漸近自由性」という考えが生まれ、強い相互作用は核子の大きさを超える 2 fm 程度の「長距離」では確かに強いものの、高いエネルギー、つまり $\text{GeV}^{-1} \sim 0.2 \text{ fm}$ 程度の短距離では弱くなり、ほぼ「自由」な粒子として記述できる可能性が真剣に考えられました。

場の量子論の立場では、それまで知られていたすべての理論は、朝永さんの繰り込み理論に遡り、短距離では力は強くなり長距離では弱くなる、という性質を持っていました。Zee はその当時知られていた場の量子論全てが同じ振る舞いをすることを示しました [8]。ところが彼の論文で考えられていなかった唯一の理論が非可換ゲージ理論でした。当時は量子化の手続きすらはっきりしていなかったためです。

その後 Gross, Wilczek, Politzer は非可換ゲージ理論に限ってはベータ関数⁵の符号が負であり、短距離で弱くなる漸近自由性の性質を持つことを示し、2004 年のノーベル賞となりました。Politzer はご自身のノーベル講演で “the neat, linear progress, as outlined by the sequence of gleaming gems recognized by Nobel Prizes, is a useful fiction.” と語り、科学の進歩は決して linear でない

⁵結合定数が高エネルギーで弱くなる（ベータ関数が正）か、強くなる（ベータ関数が負）を判別する計算。

ことを強調しています。当時 Harvard の大学院生であった Politzer が非可換ゲージ理論のベータ関数が負であることを計算で示した際、指導教官の Coleman は Princeton でサバティカル中で、当時 Princeton の教授であった Gross と学生 Wilczek の計算ではベータ関数が正であると聞いていて、自分の学生の計算結果を信じなかったそうです。それ以前に実際 Hooft がベータ関数が負であるとの結果を会議で発表していたものの、その重要性が認識されていなかった様子でした。しかしその後 Gross と Wilczek は符号の間違いを見つけ、Politzer の結果を確認したとのことです。Gross はそこで「強い相互作用が短距離で弱くなる」ことの重要性を広く強調し、今では実験で非常によく検証されています（図 2）。最終的に Gross, Wilczek, Politzer の 3 人が共同受賞となりました。Zee は悔しかったことでしょう。つじつま合わせのようだったカラーの自由度が、韓・南部の論文でゲージ量子数と格上げされ、ここまでできていきなり重要になりました。

1974 年「11 月革命」と呼ばれる大事件が起きました。Brookhaven で Ting のグループが行った陽子をベリリウムの標的にぶつける実験と、SLAC で Richter のグループが行った e^+e^- 衝突実験が、ともに崩壊幅が 100 keV 以下、つまり寿命が 10^{-20} 秒という、強い相互作用では考えられない長寿命の粒子を発見したのです。それまではハドロンの寿命は 10^{-23} 秒程度が相場でした。Ting は中国語の漢字の名字「丁」に似せて J 粒子と名づけ、Richter は一方 e^+e^- 衝突の共鳴で割と幅が狭い (4.3 MeV) $\phi = s\bar{s}$ になぞらえて ψ 粒子 [10] と名付けました⁶。今はご存知の通り両方に敬意を評して J/ψ と呼ばれ、 $c\bar{c}$ の束縛状態として理解できます。その後 SLAC と DESY の実験でさまざまなハドロンが見つかり、新しい charm quark があるとすれば粒子のスペクトルを説明できることがわかりました。さらに J/ψ の崩壊幅が小さいことは、 $\Gamma(J/\psi \rightarrow ggg) \propto \alpha_s^3$ であることから、強い相互作用が高エネルギーで弱くなることで説明できることを、Appelquist と Politzer などが後に示しました [12]。

しかも、charm quark の存在は、少し前に予言されていたのです。Glashow, Iliopolous, Maiani [13] の論文で K 中間子の FCNC ($K^0-\bar{K}^0$ 混合, $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$ など) が非常に小さいのは charm quark の存在で理解できるとの指摘があり、Mary K Gaillard⁷ と Ben Lee は charm quark が $5 \text{ GeV}/c^2$ 以下でないといけなことを同年 3 月に計算で示していました [14]。まさしくその通りだったのです。しかし 1977 年には Lee は自動車事故で亡くなります。生きていれば Gaillard と 2 人でノーベル賞

⁶ちなみにその数日後にこの革命的結果を再現した Frascati のグループ [11] は、ノーベル委員会にまったく無視されています。

⁷私が Berkeley へ行った際、物理教室史上初で唯一の女性教授。

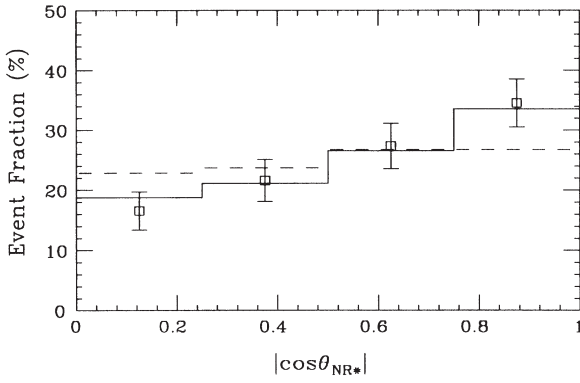


図 3: トリスタン実験での 4-jet イベントで Nachtmann-Reitner 角分布 (エネルギーが高い 2 つの jet の運動量の差のベクトルと, エネルギーが低い 2 つの jet の運動量の差のベクトルがなす角) からグルーオンが非可換ゲージ理論である最初の証拠 [15]。破線が電磁気のような可換ゲージ理論, 実線が非可換ゲージ理論の予言です。

だったのではないのでしょうか。

さらに SLAC での $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ の断面積や $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ の崩壊振幅がカラーの数に比例していること, バリオンをクォーク 3 つの束縛状態として理解するためには, カラー 3 つがキャンセルしていると考えられることなどから, カラーの数は 3 であると考えるのがもっともらしくなりました。

こうして 3 つのカラーに基づく非可換ゲージ理論である QCD が強い相互作用の理論として急速に受け入れられていきました⁸。

そして DESY の PETRA での e^+e^- 衝突実験で 3-jet イベントがグルーオンの証拠となりました。KEK でのトリスタン実験では 4-jet イベントでの角分布から, クォークから放出されたグルーオンがさらにグルーオン 2 つへ分かれる自己相互作用が見つかり, 非可換ゲージ理論の最初の実験的証拠となりました (図 3) [15]。この 4-jet の解析は LEP での Z^0 崩壊でさらに進められ, 5 つのクォークと $SU(3)$ のゲージ理論を定量的にサポートするに至りました (図 4) [16]。

しかしこうした QCD の成功は, すべて摂動論に基づくものです。そもその疑問であったクォークの閉じ込めやカイラル対称性の破れは結合定数が強くなったことによる非摂動効果と考えられるので, これではまだ説明できていません。図 2 で確かに低エネルギーで結合定数が強くなることは間違いありませんが, 強くなると計算ができなくなりはっきりとした予言ができないのです。

今まではこの問題に迫るには, 格子ゲージ理論による数値計算しかないと考えられていました。実際格子ゲージ理論を使うと, クォークと反クォークの間のポテンシ

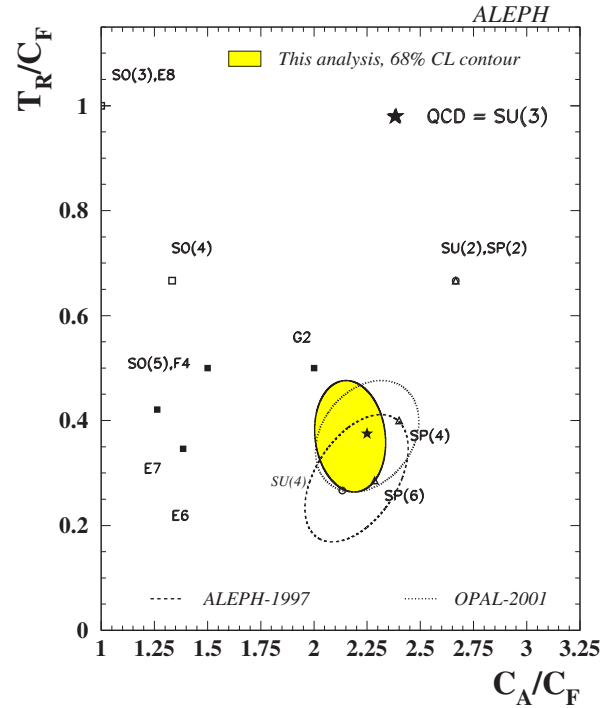


図 4: LEP 実験での QCD の群 $SU(3)$ (星印) とクォークの表現 T_R を決めた結果 [16]。 $SU(N_c) = SU(3)$ であれば, $C_A = N_c = 3$, $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c = \frac{4}{3}$, $T_R = \frac{1}{2}$ なので, $C_A/C_F = 2.25$, $T_R/C_F = 0.375$ が星印に対応します。ここでは Z の崩壊で, u, d, s, c, b をほぼ massless とみなせるため $N_f = 5$ と考えてよいことが前提になっています。

ルを計算することができ, 距離に比例して上がっていきます (図 5)。こうであれば, クォークと反クォークを無限に引き離すためには無限大のエネルギーが必要となるので, 「閉じ込め」が起きているということができません。しかしこの計算ではクォークは無限に重いことを前提にしています。クォークが軽いと, 引き離してポテンシャルエネルギーがあがるよりも軽いクォークの対を作って力を遮蔽した方がエネルギー的に得になるので, あるところからポテンシャルエネルギーがあがらなくなり, 閉じ込めの効果を見ることができないからです⁹。また, 数値計算の結果ではブラックボックスとなり, 「理解した」とかというモヤモヤが残ります。もっと直接的に理解する方法はないのでしょうか。具体的には, QCD スケールよりも軽いクォークである u, d, s の 3 つをほぼ massless の flavor と近似し, N_c (カラー自由度の数) = 3, N_f (クォークのフレーバの数) = 3 の理論を理解することが目的となります。

⁸と聞いている, が正確な表現です。私はその当時まだ小学生でしたので。

⁹後で見る $SO(N_c)$ のゲージ理論ではこの問題はない。

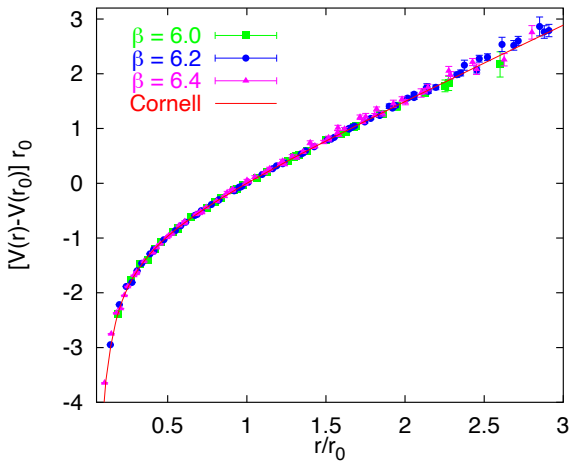


図 5: 格子ゲージ理論によるクォークと反クォークの間のポテンシャルの計算例。横軸はクォークと反クォークの距離を理論計算上の単位 r_0 で表し、縦軸はポテンシャルエネルギーを同じ単位で示しているもの [17]。

3 閉じ込めの理論

クォーク閉じ込めの仕組みについては、私の亡き同僚 Stanley Mandelstam が大胆な提案をしました [18]。モノポール凝縮というアイデアです。

第 2 種の超伝導体では、磁場は Abrikosov 束として超伝導体を貫きます。これはクーパー対の凝縮が磁場を受け付けなため、磁場が貫く部分は超伝導を壊しエネルギーが高くなり、その体積を最小にするように細いチューブのような位相欠陥になるためです。ここで仮に磁気単極子（モノポール）が存在するとして、超伝導体の中にモノポールと反モノポールを置くとすると、モノポールから反モノポールへの磁力線が Abrikosov 束として細いチューブとなるため、エネルギーはチューブの長さ、つまりモノポールと反モノポール間の距離に比例します（図 6）。ですから、モノポールと反モノポールの間には一定の引力が働き、2 つを引き離すには無限のエネルギーが必要になります。つまり、第 2 種の超伝導体の中では、モノポールは閉じ込められていることになります。

ここで電場と磁場を入れ替えてみます。超伝導体ではクーパー対という電荷をもったもの（2 つの電子）が凝縮しており、その結果モノポールが閉じ込められます。逆に磁荷をもったもの（つまりモノポール）が凝縮すると、その結果電荷が閉じ込められるはず（図 6）。クォークのような「電荷」（カラー荷）を閉じ込めるには、（カラー磁場に対応する）モノポールが凝縮すればいい、というのです。

これで閉じ込めの仕組みが、馴染みのある物理で説明できそうなので、概念的には大きな進歩です。しかしもっと大きな問題が残っています。そもそも QCD にモノポールなどあるのでしょうか。モノポールは電磁気学、つま

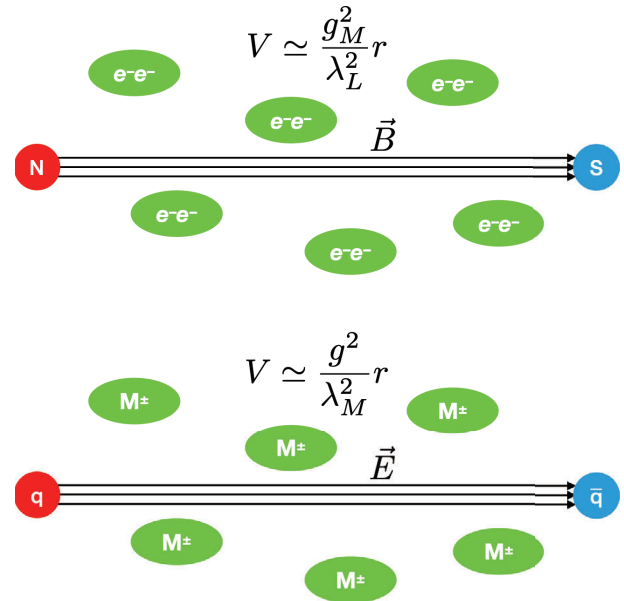


図 6: 電荷（クーパー対 e^-e^- ）が凝縮した超伝導体では、モノポールと反モノポールの間の磁場のエネルギーが距離に比例します。カラーの磁荷をもつモノポール M^\pm が凝縮すると、クォークと反クォークの間のカラー電場のエネルギーが距離に比例します。 g (g_M) が電荷（磁荷）、 λ_L (λ_M) が磁束（電束）の太さ（超伝導の場合はロンドン侵入長）。

り $U(1)$ のゲージ理論で考えられますが、 $SU(3)$ ではどうでしょうか。そしてもしモノポールがあったとしても、なぜ凝縮するのでしょうか。Mandelstam はこの点について答えていません¹⁰。

この点については実は大きな進歩がありました。1995 年に Seiberg と Witten が、超対称性が 2 つある QCD を考え、モノポールが実際に凝縮することを解析的に示したのです [19]。超対称性は弱い相互作用のスケール $v \simeq 250 \text{ GeV}$ がなげ量子重力のスケール $M_{Pl} \simeq 2 \times 10^{18} \text{ GeV}$ とかけ離れているのか、という階層性の問題を解くために、LHC での発見が期待されてきた理論上のアイデアですし、究極の理論と言われる超弦理論でも「超」が付いていますから必要なものです。ですがここではむしろ理論的な「道具」として、場の理論を非摂動効果を含めて扱えるために活躍します。超対称性というパワフルな対称性を武器に、非摂動効果を調べることができるようになるのです。

私は Witten がこの結果をプリンストンの高等研究所で発表した講演を聞くことができ、感動したことを覚えていています。ノートひとつ持たず、チョーク一本だけで、基本から説き起こし結果を目の前で導く、そして少しハスキーなテナーの高い声で話す様子はとても印象に残り

¹⁰ゲージ固定で $SU(3)$ を形式上 $U(1)$ に壊し、モノポールを見つける abelian projection という考え方もありますが、私には無理やり人工的に作った非物理的な存在に見えてしまいます。

ました。ちょっと宗教儀式のような雰囲気でした。

具体的には、Seiberg と Witten は QCD といっても $SU(3)$ ではなく、 $SU(2)$ を考えました。超対称性が2つあるとゲージボソンのパートナーとして、スピン $1/2$ のゲージノが2つあり、さらにそのパートナーとしてスピン 0 のゲージスカラーがあります。 $SU(2)$ ですから、ゲージボソンは3つの場 (W^+, W^0, W^-) があります。ゲージスカラーも同じ量子数 (ϕ^+, ϕ^0, ϕ^-) なので、その中性の成分 (ϕ^0) = $v \neq 0$ が凝縮すると、 $SU(2)$ が $U(1)$ に壊れます。この時、大統一理論と同じようにモノポールが生まれます。モノポールの質量は普通は大変重く、真空期待値 v とゲージ結合定数 g で、 v/g の振る舞いになります。しかし v が小さくなると同時にエネルギーが低くなるため g は大きくなり、両方の効果でモノポールの質量は軽くなっていきます。Seiberg と Witten は v が十分小さくなるとモノポールの質量が厳密にゼロになりうるとを示しました。

ですが、このままではモノポールの凝縮まではいきません。この理論は超対称性が2つもあるので、現実世界からはかなりかけ離れた「美しい」世界であり、現実の世界に近づけるためには超対称性を破らなくてはなりません。2つあるうち一つを破るためには、ゲージノのひとつとゲージスカラーに質量を手で入れます。この時、質量ゼロとなったモノポールが凝縮することを示したのです。

これでモノポール凝縮が非可換ゲージ理論で実際におきることがわかりました。このことは後に一般の $SU(N_c)$ のゲージ理論へ拡張され、QCD と同じ $SU(3)$ でもモノポール凝縮が起きることが示されました。これで閉じ込めについては一件落着のようにも見えますが、まだそうとは言えません。ここではクォークが入っていない理論で議論しているからです。特にカイラル対称性がどうなっているかについては、このままではわかりません。

4 まだ非現実的

Seiberg と Witten が用いた超対称性が2つある理論では、実はカイラル対称性が初めから破れています。南部さんはカイラル対称性が「自発的に破れる」ことで、パイオンを南部・ゴールドストーン粒子と理解し、その軽さを説明しようとしていました。初めから破れているのでは、南部・ゴールドストーン粒子は出てきません¹¹。

その後 Seiberg は、超対称性が1つの理論を考えました [20]。Seiberg-Witten の超対称性が2つある場合と違って、この場合にはカイラル対称性がある理論を考えるとできるので現実世界へ一歩近づきました。そこ

¹¹ 正確には、Seiberg と Witten はカイラル対称性を一部は維持していましたが、これは $SU(2)$ を考えたからで、 $SU(3)$ に拡張するとすべて破ってしまいます。

で焦点は、この理論がカイラル対称性を自発的に破るかどうか、です。しかし、Seiberg の解は奇妙なものでした。現実世界とは似ても似つかない答えが出たのです。

Seiberg の結果 (図7の左端, $m = 0$ の場合, クォークは質量ゼロと仮定) によると、 $SU(N_c)$ の理論 (QCD では $N_c = 3$) を考えた際、クォークの数 N_f が N_c よりも小さい $N_f < N_c$ 場合は理論に基底状態がないというのです。具体的にはクォークの超対称性パートナーであるスピン 0 のスクォークが凝縮し、どんどん大きな値へ転がっていく、run-away の振る舞いをするというのです。基底状態がないのでは QCD の真空を扱うことができません。また、 $N_f = N_c$ の場合は逆に基底状態が無限個あり、そのほとんどではバリオン数を破ってしまいます。 $N_f = N_c + 1$ の場合は閉じ込めが起きてクォークが中間子やバリオンの束縛状態になるのはいいものの、カイラル対称性は自発的に破れません。 $N_c + 2 \leq N_f \leq \frac{3}{2}N_c$ の場合は、もっと奇妙なことが起きるといいます。結合定数が強くなって非摂動効果が効いてくるとクォークが N_c 個集まってバリオンに結合するところまではいいのですが、さらに低いエネルギーへ行くとバリオンが $N_f - N_c$ 個の「破片」に分かれてしまいます。この破片を「磁氣的クォーク」と呼び、元のクォーク (電氣的クォーク) と区別します。そして磁氣的クォークは $SU(N_f - N_c)$ の「磁氣的ゲージ場」と相互作用するというのです。さらに $\frac{3}{2}N_c < N_f < 3N_c$ になると、2次相転移のようにスケール不変な粒子描像を持たない理論となるといいます。どの場合も、現実の QCD とは似ても似つかない振る舞いです。

5 やっと現実世界へ

Seiberg の導いた非現実的な振る舞いは超対称性がまだ一つ残っているからで、うまく超対称性を破れば現実世界に近づけられるのではないかと考えられます。実際ゲージノやスクォークは QCD には要らないので、質量を与えて重くすればいいはずですが、ここで問題になるのは、与えた質量が非摂動論的にどう効いてくるかを調べないといけないことです。Seiberg の解では中間子やバリオンといった束縛状態がでてきますので、単に質量を与えるのとは違います。実際 QCD でも、クォークの (小さな) 質量を入れるとカイラル対称性は若干破れるため、パイオンは厳密な南部・ゴールドストーン粒子ではなく、若干の質量をもらいます。しかしパイオンの質量はクォークの質量の合計ではなく、クォークの質量の平方根に比例することが知られています。非摂動効果は直感的ではないのです。実際 Seiberg の解に超対称性の破れを入れる試みは 2000 年頃に多くありましたが、非摂動効果を取り入れる点でうまくいって

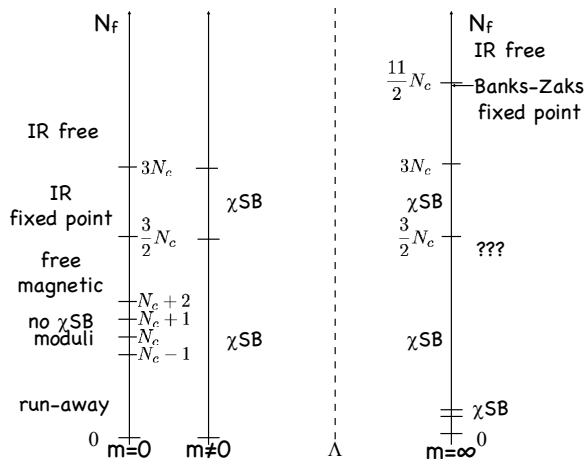


図 7: 横軸 m は超対称性粒子の重さに対応します。左端 ($m = 0$) が超対称性粒子が massless で超対称性のある QCD。右端 ($m = \infty$) が超対称性粒子がない QCD で、現実の $N_f = 2, 3$ の場合は実験的にカイラル対称性が破れる (χ SB) とわかっています。一方 $N_f \geq \frac{11}{2} N_c$ になると漸近自由性がなくなりますが、そのちょっと下では conformal field theory になって閉じ込めが起きない (Banks-Zaks fixed point [21]) ことが知られています。両端は似ても似つかない振る舞い。左端から少し右へ行くのが超対称性を若干破ったとき ($m \neq 0$) で、厳密に解け、 $N_f < 3N_c$ ではすべてカイラル対称性の破れに収束します。QCD スケール Λ を超えて連続的に現実世界 ($m = \infty$) に繋がっているように見えます。 $N_f \geq 3N_c$ ではまだ厳密解が見つかっていません。

せんでした。

超対称性を破りつつ、非摂動効果をちゃんと調べる方法はあるのか¹²。私は自分の 1998 年の論文を思い出しました。「アノマリーによる超対称性の破れの媒介機構」というメカニズムです¹³。長い名前ですし、名前は実はむしろ誤解を招くので、以下では英語の頭文字を取って AMSB と呼ぶことにします。実は超対称性というのはあまりにパワフルな対称性なので、破るのが難しいのです。うまく破れても、それを標準模型の超対称版 (例えば Minimal Supersymmetric Standard Model = MSSM) に伝えるのもまた難しいです。そのために多くの理論屋がいろんなメカニズムを提案しては現象論と合うためには複雑になりすぎ、また簡単なものを探し、と模索を続けてきました。そこで Gian Giudice, Markus Luty, Riccardo Rattazzi と私の 4 人は、実は何もしなくても重力はあるので、ちゃんと超対称性の破れが伝わるのだ、ということを描きました [22]。何もしないのがよい、という禅問答めいたメカニズムで、これが AMSB と呼

¹²今年コロナ禍で私はダークマターの候補としてパイオンのような複合粒子を考えていたところ、非摂動効果を調べる必要が出てきてふと考えてみたのです。ある意味偶然考え始めた研究でした。

¹³この仕事で 2002 年西宮湯川記念賞をいただきました。湯川さんの名前がついたとても名誉なことでした。

ばれています¹⁴。

一方 AMSB には、UV insensitivity という特殊な性質がありました。無理に日本語にすると「紫外不感症」となりますが、プランクスケールでの初期値によらず、どのエネルギースケールでの超対称性の破れもそこでの物理だけで決まる、という性質です。パラメータは一つだけで、破れの全体の大きさです。この性質のため、単体の素粒子でも束縛状態でも、超対称性の破れが計算できてしまうのです。加速器の現象論にとってはあまりメリットはありませんが、非摂動効果を知るためにはうってつけでした。

そこで Seiberg の非現実的な結果に、少しだけ AMSB を導入すると、前節で書いたような不思議な基底状態の性質が $0 < N_f < 3N_c$ の全域で一つに収束し、カイラル対称性が破れるという結論が (ほぼ) 厳密に導けます (図 7 の $m \neq 0$ のケース) [25, 26]。普通は格子ゲージ理論でスーパーコンピュータを使わないと計算ができないクォーク対の真空期待値 $\langle \bar{q}q \rangle$ も簡単に計算でき、ちゃんと 0 でない値が出ます。

つまり、QCD を一度超対称にし、Seiberg の厳密解を使い、改めて少しだけ AMSB を導入すると、QCD と (massive の gluino と squark を除くと) 同じ理論になります。その基底状態も厳密に求まり、ちゃんと南部さんのいう通りにカイラル対称性が破れているのです。

こうして南部さんに遅れること 60 年、私はやっとカイラル対称性の破れに納得できました!

さらにゲージ群を $SU(N_c)$ から $SO(N_c)$ に変えると、モノポール凝縮によって閉じ込めが起きることも厳密に示すことができました [27, 28]¹⁵。格子ゲージ理論ではカイラル対称性がある massless のクォークで計算ができないので、閉じ込めとカイラル対称性の破れを同時に示す初めての結果です。

ただ、全てのケースが理解できたわけではありません。 $N_f \geq 3N_c$ になると、AMSB ではスクォークが $m^2(\bar{q}) < 0$ となってしまう、安定な真空がありません。この場合の研究はまだ続けています。

もう一つの問題は、厳密に解けるのは AMSB の gluino と squark の質量が QCD スケールよりも小さい場合なので、これを大きくして行く際に (図 7 で右へ向かい、 $m \approx \Lambda$ を超える場合) 相転移があるかどうかです。今の結果では相転移はなく、超対称性がない QCD に自然に連続的につながっているように見えます。一方相転移があると、超対称性の破れが小さく厳密に解けるケースと、超対称性の破れが大きく現実の QCD に対応するケース

¹⁴残念ながら現象論的には問題があり、スレプトンの 2 乗質量が $m^2(\tilde{l}) < 0$ となるため真空期待値をもち、電磁気破れて光子が質量を持ってしまいます。この問題は解決できるのですが [23]、もとのメカニズムのままではダメです。

¹⁵ $SO(N_c)$ の場合はスピノル表現の電荷をベクトル表現のクォークが遮蔽できないので、閉じ込めは厳密な意味を持ちます。

が連続的に繋がらず、新しい知見が得られないこととなります。これがたまたまうまくいっているのか、より深い理解があるのか、まだはっきりしていません。

ちなみに、このやりかたで超対称性はあくまで「道具」でしかありません。もちろん超対称性は大統一理論や超弦理論、ダークマター、階層性問題の解決などで期待がかかり、現実の物理の理論としてどこかのエネルギーで見つかるべきだと思っています。LHCで見つからない今でも ILC で見つかる可能性は充分残っていますし、いずれはもっと高いエネルギーで探索していくべきです。ただ超対称性が実際にあるのかどうかはここでは直接の関係はありません。

余談ですが、AMSB にはドラマがありました。著者 4 人が集まったのは、夏休み中の CERN でした。夏の間研究結果は既に出ていて、論文もある程度書いてはいたのですが、夏が終わってそれぞれの大学へ戻ると、授業だ雑用だと気が散って論文を完成させるところまでではいっていませんでした。そんな中で私がある晩 arXiv をチェックすると、Lisa Randall と Raman Sundrum がほとんど同じ結果を論文にして投稿していたのです [24]。私は慌てて 3 人の共同研究者にメールを送りました。すると CERN にいた Giudice と Rattazzi から、「頑張っただけで今日中に論文を仕上げよう。お前はもう夜だから寝ろ。今朝のこっちで作業を開始する」と返答がありました。もっともだと思い床につきました。寝ている間、CERN で Giudice と Rattazzi が論文を書き続け、夜になると当時東海岸にいた Luty に原稿が渡り、彼が論文をさらに書き続け、最後は西海岸の私に回ってきました。私があるとか論文を仕上げ投稿した結果、論文はわずか 1 日遅れ、さすがにコミュニティは独立の仕事として認めてくれました。これが私の小さいグループの論文としては最多引用件数 (1500 件以上) ですので、ここで頑張らなかつたら教授になれなかつたかもしれません。時差にいいことがあると思えたのは、人生で金輪際この時だけです。

6 他の応用

こうして QCD のようにパリティを破らないゲージ理論については、満足のいく結果が得られました。その後パリティを破る理論に応用することも始めました。実はパリティを破り閉じ込めを起こすようなゲージ理論にどのような対称性が残り、どんな軽い束縛状態が存在するか、はほとんどわかっていません。いくつか予想は立てられてはいるものの、格子ゲージ理論でもまだ調べることはできず、どの予想がもっともらしいかの判定もできていないのです。なにせ標準模型も大統一理論もパリティを破っていますから、こうしたゲージ理論の基底状態には大いに興味があります。

超対称性のある理論にわずかな AMSB を加えることで、こうした理論でも厳密に基底状態を求めることができました [29, 30]。しかもその結果は、今までのどの予想とも異なり、対称性をより破り、一方束縛状態のフェルミオンは数少ないものでした。いずれは格子ゲージ理論が進歩すれば、はっきりとどの予想が正しいかは判定できるはずのものです。楽しみにしています。

また、2 次元や 3 次元の物性系への応用も考えられます。この手法を使って高温超伝導に迫ることができたら、と夢が膨らみます。

7 まとめ

大学院時代「詐欺」だと感じた QCD でしたが、超対称性を一度導入し、改めてわずかに AMSB を加えることで、厳密に基底状態を求めることができ、「詐欺」ではなかったことがはっきりしましたし、「納得」できました。湯川さん、南部さんはやっぱり偉大だったのです。天才に向かって「詐欺」だと文句を言った非礼はどうかお許しいただきたいものです。

参考文献

- [1] H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Jap. **17**, 48-57 (1935) doi:10.1143/PTPS.1.1
- [2] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345-358 (1961) doi:10.1103/PhysRev.122.345
- [3] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **124**, 246-254 (1961) doi:10.1103/PhysRev.124.246
- [4] P. A. Zyla *et al.* [Particle Data Group], PTEP **2020**, no.8, 083C01 (2020) doi:10.1093/ptep/ptaa104
- [5] O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13**, 598-602 (1964) doi:10.1103/PhysRevLett.13.598
- [6] M. Y. Han and Y. Nambu, Phys. Rev. **139**, B1006-B1010 (1965) doi:10.1103/PhysRev.139.B1006
- [7] E. D. Bloom, D. H. Coward, H. C. DeStaebler, J. Drees, G. Miller, L. W. Mo, R. E. Taylor, M. Breidenbach, J. I. Friedman and G. C. Hartmann, *et al.* Phys. Rev. Lett. **23**, 930-934 (1969) doi:10.1103/PhysRevLett.23.930
- [8] A. Zee, Phys. Rev. D **7**, 3630-3636 (1973) doi:10.1103/PhysRevD.7.3630

- [9] J. J. Aubert *et al.* [E598], *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404-1406 (1974) doi:10.1103/PhysRevLett.33.1404
- [10] J. E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017], *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1406-1408 (1974) doi:10.1103/PhysRevLett.33.1406
- [11] C. Bacci, R. B. Celio, M. Berna-Rodini, G. Caton, R. del Fabbro, M. Grilli, E. Iarocci, M. Locci, C. Mencuccini and G. P. Murtas, *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1408 (1974) [erratum: *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1649 (1974)] doi:10.1103/PhysRevLett.33.1408
- [12] T. Appelquist and H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 43 (1975) doi:10.1103/PhysRevLett.34.43
- [13] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Phys. Rev. D* **2**, 1285-1292 (1970) doi:10.1103/PhysRevD.2.1285
- [14] M. K. Gaillard and B. W. Lee, *Phys. Rev. D* **10**, 897 (1974) doi:10.1103/PhysRevD.10.897
- [15] I. H. Park *et al.* [AMY], *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1713 (1989) doi:10.1103/PhysRevLett.62.1713
- [16] A. Heister *et al.* [ALEPH], *Eur. Phys. J. C* **27**, 1-17 (2003) doi:10.1140/epjc/s2002-01114-2
- [17] G. S. Bali, *Phys. Rept.* **343**, 1-136 (2001) doi:10.1016/S0370-1573(00)00079-X [arXiv:hep-ph/0001312 [hep-ph]].
- [18] S. Mandelstam, *Phys. Rev. D* **19**, 2391 (1979) doi:10.1103/PhysRevD.19.2391
- [19] N. Seiberg and E. Witten, *Nucl. Phys. B* **426**, 19-52 (1994) [erratum: *Nucl. Phys. B* **430**, 485-486 (1994)] doi:10.1016/0550-3213(94)90124-4 [arXiv:hep-th/9407087 [hep-th]].
- [20] N. Seiberg, *Nucl. Phys. B* **435**, 129-146 (1995) doi:10.1016/0550-3213(94)00023-8 [arXiv:hep-th/9411149 [hep-th]].
- [21] T. Banks and A. Zaks, *Nucl. Phys. B* **196**, 189-204 (1982) doi:10.1016/0550-3213(82)90035-9
- [22] G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama and R. Rattazzi, *JHEP* **12**, 027 (1998) doi:10.1088/1126-6708/1998/12/027 [arXiv:hep-ph/9810442 [hep-ph]].
- [23] N. Arkani-Hamed, D. E. Kaplan, H. Murayama and Y. Nomura, *JHEP* **02**, 041 (2001) doi:10.1088/1126-6708/2001/02/041 [arXiv:hep-ph/0012103 [hep-ph]].
- [24] L. Randall and R. Sundrum, *Nucl. Phys. B* **557**, 79-118 (1999) doi:10.1016/S0550-3213(99)00359-4 [arXiv:hep-th/9810155 [hep-th]].
- [25] H. Murayama, *Phys. Rev. Lett.* **126**, no.25, 251601 (2021) doi:10.1103/PhysRevLett.126.251601 [arXiv:2104.01179 [hep-th]].
- [26] H. Murayama, B. Noether and D. R. Varier, [arXiv:2111.09690 [hep-th]].
- [27] C. Csáki, A. Gomes, H. Murayama and O. Telem, [arXiv:2106.10288 [hep-th]], to appear in *Phys. Rev. Lett.*
- [28] C. Csáki, A. Gomes, H. Murayama and O. Telem, [arXiv:2107.02813 [hep-th]], to appear in *Phys. Rev. D*.
- [29] C. Csáki, H. Murayama and O. Telem, *Phys. Rev. D* **104**, no.6, 065018 (2021) doi:10.1103/PhysRevD.104.065018 [arXiv:2104.10171 [hep-th]].
- [30] C. Csáki, H. Murayama and O. Telem, [arXiv:2105.03444 [hep-th]].